
Sonderdruck aus **Die Sterne.** Jg. 40 · Heft 5—6 · 1964

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH IN LEIPZIG

Printed in Germany

Zum Problem der Periodenlänge von UZ Draconis

Von JÜRGEN DUEBALL, Berlin

(BAV-Mitteilung Nr. 14)

UZ Draconis ist ein Algestern von rund 3,3 Tagen Periode. Haupt- und Nebenminimum sind fast gleich tief; ältere Beobachtungen lassen schließen, daß die Periode vielleicht nur die Hälfte beträgt. In dieser Arbeit wird untersucht, ob die photometrischen Angaben des Krakauer Katalogs für Bedeckungsveränderliche 1963 [1] mit der längeren Periode verträglich sind.

Es folgt zunächst eine Liste der im Text verwendeten Symbole:

E	Epoche
P	Periode
A_1, A_2	Amplitude des Haupt- bzw. Nebenminimums
D	Dauer der Bedeckung
d	Dauer der totalen bzw. ringförmigen Phase
λ_t, λ_r	Restintensität im totalen bzw. ringförmigen Minimum in Einheiten der Gesamthelligkeit
f	relativer Lichtverlust der größeren Komponente im ringförmigen Minimum
k	Verhältnis des Radius der kleineren Komponente zu dem der größeren
r	Radius der größeren Komponente in Einheiten des Bahnradius
u	Koeffizient der Randverdunkelung
ϱ, φ	Polarkoordinaten auf der Scheibe der größeren Komponente
I_ϱ	Intensität eines Punktes auf der größeren Komponente im Abstand ϱ vom Scheibenmittelpunkt
i	Bahnneigung
δ	Projektion des Abstandes der Zentren der Komponenten in Einheiten des Bahnradius
t	Zeit
$B - R$	Beobachtung minus Rechnung

Die Elemente des Generalkatalogs Veränderlicher Sterne (GCVS) 1958 [2] und des Krakauer Katalogs 1963 stammen von DUGAN und WRIGHT [3]:

$$\text{Min.} = \text{J. D. } 2419429.300 + 3^d 261304 \cdot E$$

Die Helligkeit im Maximum beträgt laut Krakauer Katalog $9^m 9$ (photographisch). Die übrigen Angaben sind $A_1 = 0^m 80$, $A_2 = 0^m 69$, $D = 4^h 5$, $d = 0^h 9$.

Ältere Angaben sind recht widerspruchsvoll: 1913 gab ENEBO $P = 1^d 63066$ an, wies aber darauf hin, daß aufeinanderfolgende Minima etwas verschieden tief zu sein schienen; 1936 fand HIMPEL bei etwa der gleichen Periode eine Amplitude von $0^m 54$, aber zwischen den Minima ein Nebenminimum von $0^m 13$. In einer unveröffentlichten Arbeit (zitiert nach DUGAN und WRIGHT) erhielt MERRILL ebenfalls bei der halben Periode $A_1 = 0^m 44$ und $A_2 = 0^m 1$, das Nebenminimum lag exzentrisch (Min. II — Min. I = $0^d 925$). Nach Angaben von WYSE sind einige Spektrogramme mit der langen Periode besser verträglich. DUGAN und WRIGHT wiesen darauf hin, daß $D = 4^h 5$ für eine Periode von über 3 Tagen erstaunlich kurz sei und daß diese Tatsache für die halbe Periode spreche.

UZ Draconis ist von der Amateuorganisation Berliner Arbeitsgemeinschaft für Veränderliche Sterne (BAV) längere Zeit (1950—1962) visuell beobachtet worden [4—8]. Auch einige noch unveröffentlichte Beobachtungen konnten verwendet werden. Die $B-R$ gegen die Elemente von DUGAN und WRIGHT betragen im Mittel $-0^d 003$. Eine Verbesserung der Periode ist aus dem BAV-Material allein nicht möglich. Reelle $B-R$ -Schwankungen sind im Beobachtungszeitraum nicht vorhanden; auch DUGAN und WRIGHT fanden bereits eine konstante Periode. Die Beobachtungen der BAV dienen der möglichst genauen Festlegung der Minimumszeit und der Untersuchung von Periodenänderungen. Zur Ableitung von photometrischen Daten ist das Material recht ungeeignet. Alle brauchbaren Lichtkurven zeigen eine ausgeprägte konstante Phase im Minimum, im Mittel von der Dauer $0^h 7$; die Amplitude ist ziemlich groß und wohl kaum kleiner als $0^m 7$. Die Beobachtungen der BAV sind also verträglich mit den photometrischen Angaben des Krakauer Katalogs. Diese sind den folgenden Untersuchungen zugrunde gelegt.

Bei einem Algolstern, bei dem totale und ringförmige Minima abwechseln, kann man aus A_1 und A_2 einen Näherungswert für das Radienverhältnis k ermitteln. Der Reflexionseffekt kann die Amplituden innerhalb der Genauigkeit von photographischen Angaben nicht merklich verfälschen, da die Komponenten von UZ Draconis nach dem Verhältnis $P:D$ von fast 17:1 weit auseinander stehen. Während der Totalität ist nur der größere Stern sichtbar, also beträgt seine Helligkeit in Einheiten des Gesamtlichts λ_t , die Helligkeit des kleineren Sterns $1-\lambda_r$. Die Helligkeit der bedeckten Fläche in der Mitte des ringförmigen Minimums beträgt entsprechend $1-\lambda_r$. Für den relativen Lichtverlust der größeren Komponente gilt also

$$f = \frac{1 - \lambda_r}{\lambda_t} \tag{1}$$

Wenn der größere Stern nicht randverdunkelt ist, ist f gleich dem Verhältnis der bedeckten Fläche — d. h. der Fläche der kleineren Komponente — zur Gesamtfläche:

$$\frac{\pi (rk)^2}{\pi r^2} = k^2 = \frac{1 - \lambda_r}{\lambda_t} \tag{2}$$

Da nicht bekannt ist, ob das Haupt- oder das Nebenminimum total ist, erhält man im allgemeinen 2 Lösungen. Für UZ Draconis ergibt sich in beiden Fällen $k = 0,99$.

In der Theorie der Bedeckungsveränderlichen wird gewöhnlich das lineare Randverdunkelungsgesetz benutzt

$$I_{\varrho} = I_0 \left(1 - u + u \sqrt{1 - \left(\frac{\varrho}{r}\right)^2} \right). \quad (3)$$

u ist eine zwischen 0 und 1 liegende Konstante; für $u = 0$ ist der Stern gleichförmig hell, für $u = 1$ ist sein Rand vollkommen dunkel. Eine untere Grenze für k erhält man, wenn das ringförmige Minimum zentral ist und für den größeren Stern $u = 1$ ist, da dann seine hellen Zentralpartien verfinstert werden und der Begleiter verhältnismäßig klein sein muß, um die beobachtete Amplitude zu erzeugen. In diesem Falle gilt

$$f = \frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\varrho=0}^{kr} I_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\varrho}{r}\right)^2} \varrho d\varrho d\varphi}{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\varrho=0}^r I_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\varrho}{r}\right)^2} \varrho d\varrho d\varphi}. \quad (4)$$

Da f der relative Lichtverlust ist, kann man als Längeneinheit r einführen; man erhält dann

$$f = \frac{\int_{\varrho=0}^k \varrho \sqrt{1 - \varrho^2} d\varrho}{\int_{\varrho=0}^1 \varrho \sqrt{1 - \varrho^2} d\varrho}. \quad (5)$$

Durch Ausführung der Integration und Einsetzen in (1) ergibt sich

$$1 - \sqrt{1 - k^2}^3 = \frac{1 - \lambda_r}{\lambda_t}. \quad (6)$$

Sowohl bei totalem, als auch bei ringförmigem Hauptminimum erhält man für den Minimalwert des Radienverhältnisses 0,97, es gilt also $k \geq 0,97$.

Eine obere Grenze für k kann man aus der Länge von D und d abschätzen. Einfache geometrische Überlegungen zeigen, daß bei einer Kreisbahn für die Projektion der Abstände der Komponenten gilt

$$\delta^2 = 1 - \sin^2 i \cdot \cos^2 \frac{2\pi t}{P}. \quad (7)$$

Die Zeit t zählt dabei von einem Minimum aus. Für den äußeren Kontakt gilt

$$(r + rk)^2 = 1 - \sin^2 i \cdot \cos^2 \frac{\pi D}{P}, \quad (8)$$

entsprechend für den inneren Kontakt

$$(r - rk)^2 = 1 - \sin^2 i \cdot \cos^2 \frac{\pi d}{P}. \quad (9)$$

Durch Division von (8) durch (9) folgt

$$\left(\frac{1+k}{1-k}\right)^2 = \frac{1 - \sin^2 i \cdot \cos^2 \frac{\pi D}{P}}{1 - \sin^2 i \cdot \cos^2 \frac{\pi d}{P}}. \quad (10)$$

Wegen $\cos^2 \frac{\pi D}{P} < \cos^2 \frac{\pi d}{P}$ nimmt die linke Seite von (10) ihren größten Wert für $i = 90^\circ$ an, d. h. für zentrale Bedeckungen:

$$\frac{1+k}{1-k} \leq \frac{\sin \frac{\pi D}{P}}{\sin \frac{\pi d}{P}}. \quad (11)$$

Daraus folgt

$$k \leq \frac{\sin \frac{\pi D}{P} - \sin \frac{\pi d}{P}}{\sin \frac{\pi D}{P} + \sin \frac{\pi d}{P}} = \frac{\tan \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{P} - \frac{\pi d}{P} \right)}{\tan \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{P} + \frac{\pi d}{P} \right)}. \quad (12)$$

Durch Einsetzen der numerischen Werte erhält man $k \leq 0,66$. Es ergibt sich eine beträchtliche Diskrepanz gegenüber dem aus A_1 und A_2 ermittelten Radienverhältnis. Auch wenn man bedenkt, daß photographische Beobachtungen ziemlich ungenau sind und die berechneten Werte für k nur rohe Näherungen darstellen, erscheint es doch reichlich unwahrscheinlich, daß sich der Widerspruch dadurch erklärt. Die einfachste Lösung wäre, daß die Nebenminima in Wirklichkeit Hauptminima sind und die Periode doch nur die Hälfte beträgt. Lichtelektrische oder spektroskopische Messungen könnten das Problem endgültig lösen.

Literatur

1. Ephemerides of Eclipsing Binaries for the Year 1963, Cracow. — 2. GCVS 1958. —
3. Contributions of Princeton University 19 (1939). — 4. A. N. 279, 178 (1951). —
5. A. N. 281, 113 (1953). — 6. A. N. 282, 235, (1955). — 7. A. N. 285, 161 (1960). —
8. A. N. 286, 209 (1962).

Anschrift des Verfassers:

Berliner Arbeitsgemeinschaft für Veränderliche Sterne e. V., Berlin 41, Munsterdamm 86